

SEKUNDARLEHRAMTSSCHULE
DES KANTONS ST. GALLEN

5100
303

B. L. VAN DER WAERDEN

[Basel, 1900]

ERWACHENDE WISSENSCHAFT

[Bd. 1]

ÄGYPTISCHE, BABYLONISCHE
UND GRIECHISCHE MATHEMATIK

AUS DEM HOLLÄNDISCHEN ÜBERSETZT

VON HELGA HABICHT

MIT ZUSÄTZEN DES VERFASSERS

ZWEITE, ERGÄNZTE AUFLAGE



1966

BIRKHÄUSER VERLAG BASEL
UND STUTTGART

INHALTSVERZEICHNIS

<i>Vorwort</i>	
<i>Zur Einführung</i>	13
Wozu Geschichte der Mathematik?	13
Die Geschichte der griechischen Mathematik	15
Der Plan dieses Buches	17
Was ist neu in diesem Buch?	19

ÄGYPTISCHE UND BABYLONISCHE MATHEMATIK

I. <i>Die Ägypter</i>	23
Zeittafel.	23
Die Ägypter als «Erfinder der Geometrie»	23
Der Papyrus Rhind.	25
Für wen war der Papyrus Rhind geschrieben?	26
Der Stand der königlichen Schreiber	26
Die Rechentechnik	29
Die Multiplikation	29
Die Division	31
Natürliche Brüche und Stammbrüche	32
Das Rechnen mit natürlichen Brüchen	33
Weitere Bruchrelationen	36
Verdoppelung von Stammbrüchen	37
Noch einmal die Division	38
Die (2:n)-Tabelle.	39
Die roten Hilfszahlen	42
Die Ergänzung einer Bruchsumme auf 1	43
Hau-Rechnungen	45
Angewandte Rechnungen	47
Die Entwicklung der Rechentechnik	47
Hypothese einer höheren Wissenschaft	49
Die Geometrie der Ägypter	50
Neigung schiefer Ebenen	50
Flächeninhalte	51
Oberfläche einer Halbkugel	52
Rauminhalte.	54
Was konnten die Griechen von den Ägyptern lernen?	57

II. <i>Zahlensysteme, Ziffern und Rechenkunst</i>	59
Das Sexagesimalsystem	60
Wie ist das Sexagesimalsystem entstanden?	63
Sumerische Rechentechnik	67
Normale Reziprokentafel	68
Quadrate, Quadratwurzeln und Kubikwurzeln	70
Die griechische Zahlenschrift	75
Rechenbrett und Rechensteinchen	77
Das Rechnen mit Brüchen	80
Sexagesimalbrüche	82
Die indischen Ziffern	84
Zahlzeichen: Kharosti und Brahmi	86
Die Erfindung des Positionssystems	87
Die Zeit der Erfindung	88
Dichterische Zahlen	89
Āryabhata und seine Silbenzahlen	90
Wo stammt die Null her?	91
Der Siegeszug der indischen Ziffern	93
Das Rechenbrett von Gerbert	95
III. <i>Babylonische Mathematik</i>	100
Chronologische Übersicht	100
Babylonische Algebra	101
Erstes Beispiel (AO 8862)	102
Erläuterung	102
Zweites Beispiel (VAT 6598)	105
Drittes Beispiel (MKT I, S. 233)	106
Viertes Beispiel (MKT I, S. 154)	108
Fünftes Beispiel (MKT III, S. 8, Nr. 14)	110
Quadratische Gleichungen (MKT III, S. 6)	111
Sechstes Beispiel (MKT III, S. 9, Nr. 18)	112
Siebentes Beispiel (MKT I, S. 485)	114
Achstes Beispiel (MKT I, S. 204)	114
Geometrische Beweise algebraischer Formeln?	115
Neuntes Beispiel (MKT I, S. 342)	116
Ein Lehrtext (MKT II, S. 39)	118
Babylonische Geometrie	120
Flächeninhalte und Rauminhalte	120
Kegel- und Pyramidenstumpfe (MKT I, S. 176 und 187)	120
Der pythagoreische Lehrsatz (MKT II, S. 53)	122
Babylonische Arithmetik	124
Reihen (MKT I, S. 99)	124
«Plimpton 322»: Rechtwinklige Dreiecke mit rationalen Seiten	125
Angewandte Mathematik	128
Zusammenfassung	128
I. Algebra und Arithmetik	128
II. Geometrie	130

DIE MATHEMATIK DER GRIECHEN

IV. <i>Das Jahrhundert von Thales und Pythagoras</i>	132
Chronologische Übersicht	133
Hellas und der Osten	133
Thales von Milet	140
Voraussage einer Sonnenfinsternis	142
Thales als Geometer	143
Von Thales zu Eukleides	148
Pythagoras von Samos	151
Die Reisen des Pythagoras	155
Pythagoras und die Harmonielehre	156
Pythagoras und die Lehre von den Zahlen	158
Vollkommene Zahlen	160
Befreundete Zahlen	161
Pythagoras und die Geometrie	164
Astronomie des Pythagoras	167
Zusammenfassung	168
Tunnel auf Samos	168
Antike Messinstrumente	172
V. <i>Das Goldene Zeitalter</i>	176
Hippasos	177
Die Mathemata der Pythagoreer	180
Zahlentheorie	180
Die Lehre von Gerade und Ungerade	180
Zahlenverhältnisse und Teilbarkeit von ganzen Zahlen	182
Die Auflösung von Gleichungssystemen ersten Grades	190
Geometrie	190
Die geometrische Algebra	193
Wozu die geometrische Einkleidung?	204
Seiten- und Diagonalzahlen	206
Anaxagoras von Klazomenai	209
Oinopides von Chios	213
Die Quadratur des Kreises	214
Antiphon	215
Hippokrates von Chios	216
Die Stereometrie des 5. Jahrhunderts und die Perspektive	224
Demokritos von Abdera	226
Kegel und Pyramide	227
Platon über die Stereometrie	228
Die Verdoppelung des Würfels	230
Theodoros von Kyrene	233
Theodoros und Theaitetos	233
Theodoros über höhere Kurven und Mischung	240
Hippias und seine Quadratrix	240
Die grossen Linien der Entwicklung	241

VI. <i>Die Zeit Platons</i>	243
Archytas von Taras	247
Die Verdoppelung des Würfels	249
Der Stil des Archytas	252
Das achte Buch der Elemente	253
Die Mathemata in der Epinomis	256
Die Verdoppelung des Würfels	262
Nach Menaichmos	266
Andere Lösung	267
Theaitetos	271
Analyse des Buches X der Elemente	275
Die Theorie der regulären Polyeder	282
Die Proportionenlehre bei Theaitetos	286
Eudoxos von Knidos	292
Eudoxos als Astronom	293
Die mathematischen Leistungen des Eudoxos	302
Die Exhaustionsmethode	304
Die Proportionenlehre	309
Theaitetos und Eudoxos	312
Menaichmos	313
Deinostratos	314
Autolykos von Pitane	317
Über die sich drehende Sphäre	320
Über den Aufgang und Untergang der Sterne	321
Eukleides	321
Die Elemente	323
Die Data	325
Über Zerlegung von Figuren	327
Verlorene geometrische Schriften	328
Angewandte Mathematik	330
VII. <i>Die Alexandrinische Zeit (330–200 v. Chr.)</i>	331
Aristarchos von Samos	336
Kreismessung des Archimedes	340
Sehnentafeln	342
Archimedes	344
Geschichten über Archimedes	345
Archimedes als Astronom	352
Die Werke des Archimedes	353
Die «Methode»	354
Die Quadratur der Parabel	361
Über Kugel und Zylinder, I	367
Über Kugel und Zylinder, II.	370
Über Spiralen	371
Über Konoide und Sphäroide	372
Der Integralbegriff bei Archimedes	374
Das Buch der Lemmata (Liber Assumptorum)	375

Die übrigen Werke von Archimedes	377
Die Konstruktion des regulären Siebenecks	378
Eratosthenes von Kyrene	381
Lebenslauf	381
Chronographie und Gradmessung	383
Die Verdoppelung des Würfels	384
Zahlentheorie	385
Medietäten	385
Nikomedes	390
Die Dreiteilung des Winkels	392
Die Verdoppelung des Würfels nach Nikomedes	393
Apollonios von Perga	395
Die Theorie der Epizykel und Exzenter	395
Konika	401
Die Kegelschnitte vor Apollonios	401
Die Ellipse als Schnitt eines Kegels nach Archimedes	404
Wie wurden die Symptome ursprünglich hergeleitet?	406
Eine Frage und eine Antwort	407
Die Ableitung der Symptome nach Apollonios	408
Konjugierte Durchmesser und konjugierte Hyperbeln	412
Tangenten	414
Die Mittelpunktsgleichung	416
Der Zweitangentensatz und die Transformation auf neue Achsen	418
Rotationskegel durch einen gegebenen Kegelschnitt	426
Das zweite Buch	428
Das dritte Buch	428
Geometrische Örter zu drei oder vier Geraden	430
Das fünfte Buch	432
Das sechste, siebente und achte Buch	433
Weitere Werke von Apollonios	434
VIII. <i>Niedergang der griechischen Mathematik</i>	437
Die äusseren Ursachen des Niederganges	437
Die inneren Ursachen des Niederganges	439
1. Die Schwierigkeit der geometrischen Algebra	439
2. Die Schwierigkeit der schriftlichen Überlieferung	440
Kommentare des Pappos von Alexandrien	441
Die Epigonen der grossen Mathematiker	442
1. Diokles	442
2. Zenodoros	444
3. Hypsikles	445
Geschichte der Trigonometrie	448
Ebene Trigonometrie	449
Sphärische Trigonometrie	452
Menelaos	452
Transversalensatz	452
Heron von Alexandrien	455

Geometrika	456
Diophantos von Alexandrien	457
Arithmetika	458
Diophantische Gleichungen	459
Die Vorgänger des Diophantos	460
Zusammenhang mit der babylonischen und arabischen Algebra .	461
Die algebraische Zeichenschrift	462
Pappos von Alexandrien	470
Ein Porisma des Eukleides	472
Satz von Desargues	473
Der Satz vom vollständigen Viereck	474
Theorema von Pappos	477
Theon von Alexandrien (380 n. Chr.)	477
Hypatia	478
Die Schule von Athen. Proklos Diadochos	479
Isidoros von Milet und Anthemios von Tralles	479