

<b>1.1</b>	<b>Was ist Mathematik und was kann sie?</b>	<b>10</b>
<b>1.2</b>	<b>Denk- und Arbeitsweisen in der Mathematik</b>	<b>11</b>
1.2.1	Mathematisches Modellieren. . . . .	11
1.2.2	Definieren von Begriffen. . . . .	13
1.2.3	Vermutungen und Hypothesen aufstellen, begründen und beweisen bzw. widerlegen . . . . .	14
1.2.4	Skizzieren, Zeichnen und Konstruieren mathematischer Objekte . . . . .	16
1.2.5	Lösungswege dokumentieren und die Fachsprache angemessen einsetzen . . . . .	18
1.2.6	Lösungsstrategien bei Sach- und Anwendungsaufgaben nutzen . . . . .	19
1.2.7	Erfassen, Darstellen und Interpretieren von Daten . . . . .	13

**2 Grundbegriffe der Mathematik 23**

<b>2.1</b>	<b>Aussagen</b>	<b>24</b>
2.1.1	Zeichen und Zeichenreihen in der Mathematik . . . . .	24
2.1.2	Wahrheitswerte von Aussagen . . . . .	28
2.1.3	Erfüllbarkeit von Aussageformen . . . . .	29
2.1.4	Logische Operationen . . . . .	30
2.1.5	Definitionen . . . . .	35
2.1.6	Sätze und Beweise . . . . .	36
<b>2.2</b>	<b>Mengen</b>	<b>40</b>
2.2.1	Mengenbegriff . . . . .	40
2.2.2	Darstellung von Mengen . . . . .	41
2.2.3	Mächtigkeit von Mengen. . . . .	42
2.2.4	Relationen zwischen zwei Mengen. . . . .	43
2.2.5	Mengenoperationen . . . . .	45

**3 Zahlen und Rechnen 49**

<b>3.1</b>	<b>Natürliche Zahlen</b>	<b>50</b>
3.1.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen . . . . .	50
3.1.2	Rechnen mit natürlichen Zahlen . . . . .	53
3.1.3	Vielfache und Teiler . . . . .	53
<b>3.2</b>	<b>Ganze Zahlen</b>	<b>63</b>
3.2.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen . . . . .	63
3.2.2	Rechnen mit ganzen Zahlen . . . . .	65
<b>3.3</b>	<b>Gebrochene Zahlen</b>	<b>71</b>
3.3.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen . . . . .	71
3.3.2	Rechnen mit gemeinen Brüchen . . . . .	75
3.3.3	Rechnen mit Zehnerbrüchen (Dezimalbrüchen). . . . .	79
<b>3.4</b>	<b>Rationale Zahlen</b>	<b>82</b>
3.4.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen . . . . .	82
3.4.2	Rechnen mit rationalen Zahlen . . . . .	84
<b>3.5</b>	<b>Reelle Zahlen</b>	<b>87</b>
3.5.1	Zahlbegriff . . . . .	87
3.5.2	Rechnen mit reellen Zahlen . . . . .	88

<b>3.6</b>	<b>Rechnen mit Potenzen, Wurzeln und Logarithmen</b>	<b>89</b>
3.6.1	Potenzbegriff; Potenzgesetze; Rechnen mit Potenzen	89
3.6.2	Wurzelbegriff; Wurzelgesetze; Rechnen mit Wurzeln	93
3.6.3	Logarithmen; Logarithmengesetze	95
<b>3.7</b>	<b>Größen</b>	<b>96</b>
3.7.1	Größenbereiche	96
3.7.2	Längen-, Flächen- und Volumeneinheiten	97
3.7.3	Masseinheiten	99
3.7.4	Zeiteinheiten	99
3.7.5	Währungseinheiten	100
<b>3.8</b>	<b>Rechnen mit Näherungswerten</b>	<b>101</b>
3.8.1	Grundbegriffe	101
3.8.2	Rechnen mit Näherungswerten	102

<b>4</b>	<b>Prozent- und Zinsrechnung</b>	<b>105</b>
<b>4.1</b>	<b>Prozentrechnung</b>	<b>106</b>
4.1.1	Grundbegriffe	106
4.1.2	Bequeme Prozentsätze	106
4.1.3	Berechnen von Prozentwerten, Prozentsätzen, Grundwerten	107
4.1.4	Grafische Darstellungen von Prozentsätzen	110
<b>4.2</b>	<b>Promillerechnung</b>	<b>111</b>
<b>4.3</b>	<b>Zinsrechnung</b>	<b>112</b>
4.3.1	Grundbegriffe	112
4.3.2	Berechnen von Zinsen, Zinssatz, Kapital und Zeitspannen	112
4.3.3	Zinseszins	116
<b>4.4</b>	<b>Rentenrechnung</b>	<b>119</b>
4.4.1	Ratenzahlungen	119
4.4.2	Schuldentilgung	121

<b>5</b>	<b>Gleichungen und Ungleichungen</b>	<b>123</b>
<b>5.1</b>	<b>Variable und Terme</b>	<b>124</b>
5.1.1	Rechnen mit Variablen; Termumformungen	125
<b>5.2</b>	<b>Grundlagen der Gleichungslehre</b>	<b>129</b>
5.2.1	Grundbegriffe	129
5.2.2	Lösen einer Gleichung bzw. Ungleichung; Lösungsmenge	130
5.2.3	Proben bei Gleichungen und Ungleichungen	132
5.2.4	Inhaltliches Lösen von Gleichungen bzw. Ungleichungen	133
<b>5.3</b>	<b>Äquivalentes Umformen von Gleichungen und Ungleichungen</b>	<b>135</b>
5.3.1	Begriff „Äquivalenz“	135
5.3.2	Äquivalentes Umformen von Gleichungen	135
5.3.3	Äquivalentes Umformen von Ungleichungen	137
<b>5.4</b>	<b>Lineare Gleichungen</b>	<b>138</b>
5.4.1	Lineare Gleichungen mit einer Variablen	138
5.4.2	Lineare Gleichungen mit zwei Variablen	142
<b>5.5</b>	<b>Lineare Ungleichungen</b>	<b>143</b>
5.5.1	Lineare Ungleichungen mit einer Variablen	143
5.5.2	Lineare Ungleichungen mit zwei Variablen	144
<b>5.6</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>145</b>
5.6.1	Begriffe	145
5.6.2	Lösen linearer Gleichungssysteme	145

<b>5.7</b>	<b>Quadratische Gleichungen</b>	<b>149</b>
5.7.1	Begriffe	149
5.7.2	Lösungsverfahren für spezielle quadratische Gleichungen	149
5.7.3	Lösungsformel für quadratische Gleichungen	150
5.7.4	Diskussion der Lösungen einer quadratischen Gleichung	151
5.7.5	Wurzelsatz von Vieta	152
<b>5.8</b>	<b>Bruchgleichungen und Bruchungleichungen</b>	<b>153</b>
<b>5.9</b>	<b>Algebraische Gleichungen höheren Grades</b>	<b>156</b>
5.9.1	Begriff	156
5.9.2	Kubische Gleichungen und Gleichungen höheren Grades	156
5.9.3	Polynomdivision	158
<b>5.10</b>	<b>Wurzel-, Exponential- und Logarithmengleichungen</b>	<b>160</b>
5.10.1	Begriffe	160
5.10.2	Lösen von Wurzelgleichungen	160
5.10.3	Lösen von Exponentialgleichungen	162
5.10.4	Lösen von Logarithmengleichungen	163
<b>5.11</b>	<b>Trigonometrische Gleichungen</b>	<b>164</b>
<b>5.12</b>	<b>Näherungsverfahren zum Lösen von Gleichungen mit einer Variablen</b>	<b>165</b>
5.12.1	Iterationsverfahren	165
5.12.2	Nullstellenbestimmung durch Intervallschachtelung	166
5.12.3	Sekantennäherungsverfahren (regula falsi)	167
<b>6</b>	<b>Funktionen</b>	<b>169</b>
<b>6.1</b>	<b>Grundbegriffe und Eigenschaften von Funktionen</b>	<b>170</b>
6.1.1	Funktionsbegriff	170
6.1.2	Darstellung von Funktionen	171
6.1.3	Eigenschaften von Funktionen	172
6.1.4	Schnittpunkte von Funktionsgraphen mit den Achsen	174
<b>6.2</b>	<b>Proportionalität</b>	
6.2.1	Direkte Proportionalität	177
6.2.2	Indirekte Proportionalität	178
<b>6.3</b>	<b>Lineare Funktionen</b>	<b>180</b>
6.3.1	Funktionen mit der Gleichung $y = m \cdot x$	180
6.3.2	Funktionen mit der Gleichung $y = m \cdot x + n$	182
<b>6.4</b>	<b>Quadratische Funktionen</b>	<b>186</b>
6.4.1	Graphen quadratischer Funktionen	186
6.4.2	Nullstellen der Funktionen mit $y = x^2 + p \cdot x + q$	188
6.4.3	Funktionen mit $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$	189
<b>6.5</b>	<b>Potenzfunktionen</b>	<b>191</b>
6.5.1	Potenzfunktionen mit geraden Exponenten	191
6.5.2	Potenzfunktionen mit ungeraden Exponenten	192
<b>6.6</b>	<b>Wurzelfunktionen</b>	<b>193</b>
6.6.1	Funktionen mit $y = \sqrt[n]{x}$	193
6.6.2	Funktionen mit $y = \sqrt[n]{x}$	193
<b>6.7</b>	<b>Exponentialfunktionen</b>	<b>194</b>
6.7.1	Funktionen mit $y = a^x$	194
6.7.2	Funktionen mit $y = e^x$	194
<b>6.8</b>	<b>Logarithmusfunktionen</b>	<b>195</b>
6.8.1	Funktionen mit $y = \log_a x$	195
6.8.2	Funktionen mit $y = \lg x$ und $y = \ln x$	195

<b>6.9</b>	<b>Winkefunktionen (trigonometrische Funktionen)</b>	<b>196</b>
6.9.1	Sinus, Kosinus, Tangens und Kotangens am rechtwinkligen Dreieck	196
6.9.2	Winkelfunktionen am Kreis	196
6.9.3	Graphen und Eigenschaften der Winkelfunktionen	198
<b>7</b>	<b>Planimetrie</b>	<b>203</b>
<b>7.1</b>	<b>Grundbegriffe</b>	<b>204</b>
7.1.1	Ebene, Linie, Punkt, Gerade, Strahl und Strecke	204
7.1.2	Länge und Längenmessung	208
7.1.3	Fläche und Flächeninhaltsmessung	209
7.1.4	Winkel und Winkelmessung	210
<b>7.2</b>	<b>Konstruktionen</b>	<b>218</b>
7.2.1	Konstruktionen mit Zirkel und Lineal	218
7.2.2	Konstruktionen mit Zeichendreieck, Lineal und Geodreieck	220
7.2.3	Konstruktionen mit der Methode der Bestimmungslinien	221
7.2.4	Softwaregestütztes Konstruieren	223
<b>7.3</b>	<b>Geometrische Abbildungen</b>	<b>224</b>
7.3.1	Ähnlichkeitsabbildungen	225
7.3.2	Kongruenzabbildungen	226
<b>7.4</b>	<b>Bewegung, Kongruenz und Symmetrie</b>	<b>228</b>
7.4.1	Spezielle Bewegungen	228
7.4.2	Nacheinanderausführung von Bewegungen	231
7.4.3	Kongruenz	234
7.4.4	Symmetrie	235
<b>7.5</b>	<b>Zentrische Streckung, Ähnlichkeit und Strahlensätze</b>	<b>237</b>
7.5.1	Zentrische Streckung	237
7.5.2	Ähnlichkeit	239
7.5.3	Strahlensätze	240
<b>7.6</b>	<b>Dreiecke</b>	<b>245</b>
7.6.1	Dreiecksarten	245
7.6.2	Sätze über das Dreieck	246
7.6.3	Besondere Linien und Punkte des Dreiecks	247
7.6.4	Kongruenz von Dreiecken	249
7.6.5	Ähnlichkeit von Dreiecken	251
7.6.6	Konstruktion von Dreiecken	251
7.6.7	Flächeninhaltsberechnung von Dreiecken	254
7.6.8	Satzgruppe des Pythagoras	256
7.6.9	Anwendung der trigonometrischen Funktionen	260
<b>7.7</b>	<b>Vierecke</b>	<b>266</b>
7.7.1	Allgemeines Viereck	266
7.7.2	Klassifizierung von Vierecken	267
7.7.3	Spezielle Vierecke und deren Eigenschaften	271
<b>7.8</b>	<b>Vielecke (Polygone)</b>	<b>277</b>
7.8.1	Allgemeine Eigenschaften	277
7.8.2	Regelmäßige n-Ecke	278
<b>7.9</b>	<b>Kreis</b>	<b>280</b>
7.9.1	Begriffe	280
7.9.2	Winkel am Kreis	285
7.9.3	Inkreis und Umkreis von Vielecken	287
7.9.4	Berechnungen am Kreis	288

<b>8</b>	<b>Stereometrie</b>	<b>293</b>
<b>8.1</b>	<b>Grundlagen der Körperdarstellung</b>	<b>294</b>
8.1.1	Begriffe und Merkmale geometrischer Körper	294
8.1.2	Projektionsarten	296
8.1.3	Schräge Parallelprojektionen	297
8.1.4	Senkrechte Parallelprojektionen	298
8.1.5	Körpernetze	301
<b>8.2</b>	<b>Grundlagen der Körperberechnung</b>	<b>302</b>
<b>8.3</b>	<b>Würfel und Quader</b>	<b>303</b>
8.3.1	Begriffe und Formeln	303
8.3.2	Darstellung von Würfeln und Quadern	304
<b>8.4</b>	<b>Prisma und Kreiszylinder</b>	<b>305</b>
8.4.1	Begriffe und Formeln	305
8.4.2	Darstellung von Zylindern und Prismen	309
<b>8.5</b>	<b>Pyramide und Kreiskegel</b>	<b>313</b>
8.5.1	Begriffe und Formeln	313
8.5.2	Darstellung von Pyramiden und Kegeln	318
<b>8.6</b>	<b>Pyramidenstumpf und Kegelstumpf</b>	<b>320</b>
<b>8.7</b>	<b>Kugel</b>	<b>323</b>
<b>8.8</b>	<b>Zusammengesetzte Körper</b>	<b>324</b>
<b>8.9</b>	<b>Regelmäßige Polyeder</b>	<b>326</b>

<b>9</b>	<b>Stochastik</b>	<b>329</b>
<b>9.1</b>	<b>Kombinatorisches Rechnen; Zählstrategien</b>	<b>330</b>
9.1.1	Anordnungen	330
9.1.2	Zählstrategien	334
<b>9.2</b>	<b>Elemente der beschreibenden Statistik</b>	<b>336</b>
9.2.1	Statistische Erhebungen (Erfassen und Auswerten von Daten)	336
9.2.2	Statistische Kenngrößen (bei Häufigkeitsverteilungen)	341
<b>9.3</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	<b>347</b>
9.3.1	Vorgänge mit zufälligem Ergebnis; zufällige Ereignisse	347
9.3.2	Elementarer Wahrscheinlichkeitsbegriff; Berechnen von Wahrscheinlichkeiten	349
9.3.3	Mehrstufige Zufallsversuche	350
9.3.4	Zufallsgrößen und ihre Verteilung	356

<b>10</b>	<b>Rechenhilfsmittel</b>	<b>361</b>
<b>10.1</b>	<b>Geschichtlicher Abriss</b>	<b>362</b>
<b>10.2</b>	<b>Elektronische Hilfsmittel</b>	<b>365</b>
10.2.1	Elektronische Taschenrechner	365
10.2.2	Grafikfähige Taschenrechner	368
10.2.3	Computeralgebrasysteme	370
10.2.4	Tabellenkalkulationsprogramme	372
10.2.5	Dynamische Geometriesoftware	375

Übersicht zur Herkunft ausgewählter mathematischer Begriffe . . . . .	380
Mathematische Zeichen und Symbole . . . . .	383
Griechisches Alphabet . . . . .	384
Römische Zahlzeichen . . . . .	384
Rundungsregeln . . . . .	385
Einheiten von Größen . . . . .	385
Nichtdezimale Einheiten (Auswahl) . . . . .	386
Maße im Haushalt . . . . .	386
Kettensatz . . . . .	388
Mischungsrechnen . . . . .	388
Register . . . . .	389